928

822(MY)

2020
गणित
केवल प्रश्नपत्र

समय : तीन घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक : 70

निर्देश : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

सामान्य निर्देश :

(i) इस प्रश्नपत्र में कुल सात प्रश्न हैं ।

(ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।

(iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में उल्लेख कर दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं ।

(iv) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सम्मुख अंकित हैं ।

(v) प्रथम प्रश्न से प्रारम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए । जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट न कीजिए ।

(vi) यदि रफ कार्य के लिए स्थान अपेक्षित है तो उत्तर-पुस्तिका के बाएँ पृष्ठ पर कीजिए और फिर उसे काट (×) दीजिए । उस पृष्ठ पर कोई हल न लिखिए ।

(vii) प्रश्नों के हल उत्तर-पुस्तिका के दोनों ओर पृष्ठों पर लिखिए । प्रश्न संख्या 1 के अतिरिक्त सभी प्रश्नों के हल के क्रियापद लिखिए ।

(viii) रचना वाले प्रश्नों में रचना सम्बन्धित चाप व रेखाएँ न मिटाएँ । रचना यदि पूछा गया है तो लिखिए ।

(ix) जिस प्रश्न के हल में चित्र खींचना आवश्यक हो, तो उसमें स्वच्छ एवं स्पष्ट चित्र अवश्य खींचिए अन्यथा उसके अभाव में हल अपूर्ण और अशुद्ध माना जाएगा ।

VERTEXAL

1. **सभी खण्ड कीजिए :**

प्रत्येक खण्ड में प्रश्न के उत्तर के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं, जिनमें से केवल **एक** ही सही है । सही उत्तर चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए ।

(क) निम्न में कौन सा सहअभाज्य संख्याओं का एक युग्म है ? 1

(i) (14, 35) (ii) (18, 25)

(iii) (31, 93) (iv) (32, 62)

(ख) एक बिन्दु, बिन्दुओं $(7, -6)$ और $(3, 4)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड को $1 : 2$ के अनुपात में अन्तःविभाजित करता है । बिन्दु सम्बन्धित है : 1

(ग) 5 सेमी त्रिज्या के वृत्त पर उसके केन्द्र से 13 सेमी दूर स्थित एक बिन्दु से खींची गई स्पर्शरेखा की लम्बाई है : 1

(i) 4 सेमी (ii) 8 सेमी

(iii) 12 सेमी (iv) 16 सेमी

(घ) यदि $x \tan 45° \cos 60° = \sin 60° \cot 60°$, तो x का मान होगा : 1

(i) 1 (ii) $\frac{1}{2}$

(iii) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (iv) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(ङ) एक कार के दो वाइपर हैं जो एक दूसरे को आच्छादित नहीं करते हैं । प्रत्येक वाइपर के पत्ती की लम्बाई r सेमी है जो 120° के कोण तक घूमकर सफाई कर सकता है । पत्तियों के प्रत्येक बुहार पर साफ हुए भाग का क्षेत्रफल है : 1

(i) $\frac{1}{3}\pi r$ (ii) $\frac{2}{3}\pi r$

(iii) $\frac{1}{3}\pi r^2$ (iv) $\frac{2}{3}\pi r^2$

(च) एक सामान्य वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता है : 1

(i) $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{3}{7}$

(iii) $\frac{1}{7}$ (iv) इनमें से कोई नहीं

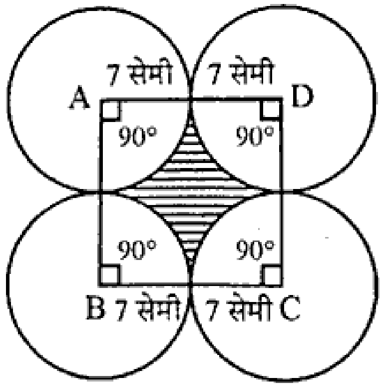
VERTEXAL

2. सभी खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समांतर होती है ।

(ख) यदि $\sec 4\theta = \csc(\theta - 20°)$, जहाँ 4θ न्यूनकोण है, तो θ का मान ज्ञात कीजिए । 1

(ग) ABCD, 14 सेमी भुजा का एक वर्ग है । A, B, C, D को केन्द्र मानकर चार समान वृत्त इस प्रकार खींचे गए हैं कि प्रत्येक वृत्त शेष तीन वृत्तों में से दो वृत्तों को बाह्य रूप से स्पर्श करता है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है । छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 1



(घ) एक थैले में 5 लाल गेंद तथा कुछ नीली गेंद हैं । यदि एक नीली गेंद निकालने की प्रायिकता एक लाल गेंद निकालने की प्रायिकता की दो गुनी है तो थैले में नीली गेंदों की संख्या ज्ञात कीजिए । 1

3. सभी खण्ड कीजिए :

(क) बिना लम्बी विभाजन प्रक्रिया किए दिखाइए कि परिमेय संख्या $\frac{129}{2^2 \times 5^7 \times 7^5}$ सांत दशमलव है या असांत आवर्ती दशमलव है। 2

(ख) द्विघात बहुपद $x^2 + 7x + 12$ के शून्यक ज्ञात कीजिए। इसके शून्यकों और गुणांकों के बीच के सम्बन्ध का सत्यापन कीजिए। 2

(ग) क्या बिन्दु A(3, 2), B(–2, –3) और C(2, 3) एक त्रिभुज बनाते हैं ? यदि हाँ, तो इस प्रकार बने त्रिभुज का प्रकार ज्ञात कीजिए। 2

(घ) 20 मी गहरा 7 मी व्यास का एक कुआँ खोदा जाता है। खोदने से निकाली गई मिट्टी को समान रूप से फैलाकर 22 मी × 14 मी के आकार का एक चबूतरा बनाया गया है। चबूतरे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 2

4. सभी खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि $5 - \sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। 2

(ख) समांतर श्रेढ़ी 6, 13, 20, ..., 216 का मध्य पद ज्ञात कीजिए। 2

(ग) त्रिभुज ABC की भुजाओं AB और AC के मध्य बिन्दु क्रमशः E(2, –1) और F(0, –1) हैं। बिन्दु A के निर्देशांक (1, – 4) हैं। त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2

(घ) यदि $\sin\theta = \frac{4}{5}$, तो $\frac{4\tan\theta - 5\cos\theta}{\sec\theta + 4\cot\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

5. सभी खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि निम्न रैखिक समीकरण युग्म एक अद्वितीय हल रखता है। वज्र गुणन विधि द्वारा इसको हल कीजिए : 4

$2x + 3y = 7,\ 6x + 5y = 11$

(ख) 10 सेमी लम्बाई के एक रेखाखंड को 3 : 2 के अनुपात में आंतरिक रूप से विभाजित कीजिए। रचना पद भी लिखिए। 4

(ग) निम्नलिखित सर्वसमिकाओं को सिद्ध कीजिए : 4

(i) $\cot^2\theta - \frac{1}{\sin^2\theta} = -1$

(ii) $(1 + \tan^2\theta)(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta) = 1$

(घ) निम्नलिखित सारिणी से माध्य ज्ञात कीजिए : 4

वर्ग अंतराल	बारम्बारता
120–130	2
130–140	8
140–150	12
150–160	20
160–170	8

6. सभी खण्ड कीजिए :

(क) एक नाव की स्थिर जल में चाल 8 किमी/घण्टा है। यह धारा की दिशा में 22 किमी और धारा की विपरीत दिशा में 15 किमी 5 घण्टे में जा सकती है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए। 4

(ख) समान ऊँचाई के दो स्तम्भ 100 मीटर चौड़ी सड़क के दोनों ओर स्थित हैं । सड़क पर स्थित किसी बिन्दु से स्तम्भों के शिखर के उन्नयन कोण 60° और 30° हैं । स्तम्भों के बीच बिन्दु की स्थिति तथा प्रत्येक स्तम्भ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए । **4**

(ग) 10 सेमी ऊँचाई और 6 सेमी आधार त्रिज्या के एक ठोस लम्ब वृत्तीय बेलन में से समान ऊँचाई और समान त्रिज्या वाला एक लम्ब वृत्तीय शंकु काट लिया जाता है । शेष बचे ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । **4**

(घ) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए अधिक प्रकार की विधि द्वारा संचयी बारंबारता वक्र खींचिए : **4**

मान	बारम्बारता
0–5	17
5–10	20
10–15	26
15–20	42
20–25	34
25–30	28

7. सभी खण्ड कीजिए :

(क) (i) यदि द्विघात समीकरण $2x^2 + kx + 3 = 0$ के दोनों मूल वास्तविक और बराबर हैं, तो k का मान ज्ञात कीजिए । **3**

(ii) द्विघात समीकरण $2x^2 - 5x + 3 = 0$ को हल कीजिए । **3**

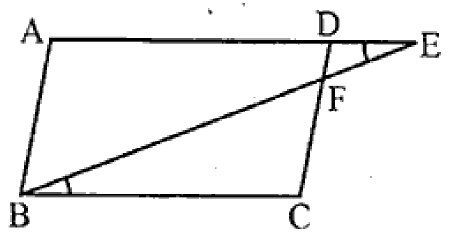
अथवा

निम्नलिखित समीकरण युग्म को रैखिक समीकरणों के युग्म में बदलकर हल कीजिए :

$$\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2, \quad \frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$$ **6**

(ख) (i) एक समांतर चतुर्भुज ABCD में, भुजा AD पर कोई बिन्दु E है तथा BE भुजा CD को बिन्दु F पर प्रतिच्छेद करती है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है । **3**

सिद्ध कीजिए कि $\Delta ABE \sim \Delta CFB$



(ii) समकोण त्रिभुज ABC में $\angle B = 90°$, यदि D भुजा BC का मध्य बिन्दु है, तो सिद्ध कीजिए कि $AC^2 = 4AD^2 - 3AB^2$ **3**

अथवा

3 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त पर 5 सेमी त्रिज्या के एक संकेन्द्रीय वृत्त के किसी बिंदु से एक स्पर्शरेखा की रचना कीजिए और उसकी लंबाई मापिए । परिकलन से इस माप की जाँच भी कीजिए । **6**

VERTEXAL